

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۰ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۳۲۰

۱- دستگاه

$$\begin{cases} 8x_1 + 12x_2 = 20 \\ 14x_1 + 21x_2 = 35 \\ 9x_3 + 11x_4 = 0 \\ 16x_3 + 20x_4 = 0 \\ 10x_5 + 12x_6 = 22 \\ 15x_5 + 18x_6 = 33 \end{cases}$$

۱. جواب ندارد. ۲. بیشمار جواب دارد.
۳. حداکثر یک جواب دارد. ۴. دقیقا یک جواب دارد.

۲- تحت کدام یک از شرایط زیر اگر A, B خودتوان باشند، آنگاه AB خودتوان است؟

۱. $A = B^t$ ۲. $AB = BA$ ۳. $B = A^t$ ۴. $A = B^{-1}$

۳- فرض کنید A و B و $A+B$ ماتریس های وارون پذیر باشند، کدام گزینه ماتریسی وارون پذیر را ارائه می دهد؟

۱. $A - B$ ۲. $A - B^{-1}$ ۳. $A + B^{-1}$ ۴. $A^{-1} + B^{-1}$

۴- فرض کنیم $A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$ ، حاصل ماتریس $A^{1392} - A^{1391}$ کدام است؟

۱. I ۲. صفر ۳. A ۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۵- فرض کنیم A, B ماتریس هایی $n \times n$ و C یک اسکالر باشد. کدام گزینه درست است؟

۱. $tr(cA + B^t) = ctr(A) + tr(B)$ ۲. $tr(cA + B^t) = ctr(A) - tr(B)$
۳. $tr(cA + B^t) = tr(A) - tr(B)$ ۴. $tr(cA + B^t) = ctr(A) - tr(B^t)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۰ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (هندسه)، کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۳۲۰

-۶

با استفاده از چهار ماتریس مربع نه لزوما هم اندازه A و B و C و D ماتریس $\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix}$ را بنا می کنیم، اگر $|A| \neq 0$

حاصل $\begin{vmatrix} A & B \\ C & D \end{vmatrix}$ کدام است؟

۱. وجود ندارد. ۲. $|A||AD - BC|$

۳. $|AD - BC|$ ۴. $\frac{1}{|A|}|AD - BC|$

-۷

در ماتریس $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ به همه درایه ها K واحد اضافه می کنیم. به دترمینال ماتریس اصلی کدامیک از مقادیر زیر اضافه می گردد؟

۱. $(a+d)k$ ۲. $[(a+d) - (b+c)]k$

۳. $(a+b+c+d)k$ ۴. $(c+d)k$

-۸ اگر $T: \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ خطی باشد کدام گزینه همواره صحیح نیست؟

۱. $T(-x) = -T(x)$

۲. $T(0) = 0$

۳. $T(ax + by) = aT(x) + bT(y)$ که $a, b \in \mathbb{R}$

۴. $T(x \cdot y) = T(x) \cdot T(y)$

-۹ اگر $T: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ تبدیل تقارن نسبت به خط $y = mx$ باشد T^{1391} (یعنی ترکیب ۱۳۹۱ بار T با خودش) کدام است؟

۱. T ۲. I ۳. $2T$ ۴. صفر

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/گد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۴۰ - ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (هندسه)، کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (آنالیز) ۱۱۱۱۳۲۰

۱۰- کدام زیر فضای \mathbb{R}^3 نیست؟

۱. $\{(x, y, z) \mid x + y = 0, z - 3x = 0\}$ ۲. $\{(x, y, z) \mid z = 0, x = 0\}$

۳. $\{(x, y, z) \mid x \leq 0, y \leq 0, z \leq 0\}$ ۴. $\{(x, y, z) \mid z = x - y\}$

۱۱- فرض کنید V فضایی برداری با بعد k روی میدان F باشد. اگر $\{e_1, e_2, \dots, e_n\}$ مستقل خطی و $\{e'_1, \dots, e'_m\}$ فضای V را تولید کند آنگاه:

۱. $n \leq k \leq m$ ۲. $m \leq k \leq n$ ۳. $k \geq m, k \geq n$ ۴. $k \leq n, k \leq m$

۱۲- تصویر بردار $v = (6, 7)$ روی بردار $u = (1, 4)$ کدام است؟

۱. $(34 \text{ و } 17)$ ۲. $(17 \text{ و } 34)$ ۳. $(4 \text{ و } 1)$ ۴. $(8 \text{ و } 2)$

۱۳- اگر A یک ماتریس متقارن و حقیقی باشد آنگاه:

۱. $A^2 = I$ ۲. A متعامد است.

۳. هر مقدار ویژه A حقیقی است. ۴. A وارون پذیر است.

۱۴- کدام یک از ماتریس های زیر معکوس ماتریس $A = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ است؟

۱. $\begin{bmatrix} 5/14 & -6/14 & 3/14 \\ 3/14 & 2/14 & -1/14 \\ -1/14 & 4/14 & 5/14 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} -5/14 & -6/14 & 3/14 \\ 3/14 & 2/14 & -1/14 \\ -1/14 & 4/14 & -5/14 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} -5/14 & 6/14 & 3/14 \\ 3/14 & 2/14 & 1/14 \\ 1/14 & 4/14 & -5/14 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 5/14 & 6/14 & 3/14 \\ 3/14 & 2/14 & -1/14 \\ -1/14 & 4/14 & -5/14 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰ تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) - ۱۱۱۱۰۴۰، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (هندسه)، کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (آنالیز) - ۱۱۱۱۳۲۰

۱۵- اگر $T: V \rightarrow V$ تبدیل خطی و V فضای با بعد متناهی و $Rang\ T \subseteq \ker\ T$ باشد آنگاه همواره:

۲. $\dim \ker T = \dim V$

۱. $\dim Rang\ T \leq \frac{1}{2} \dim V$

۴. $\dim Rang\ T = \dim V$

۳. $\dim \ker T \leq \frac{1}{2} \dim V$

۱۶- ماتریس تبدیل پایه، از پایه $\{(1,1), (0,-1)\}$ به پایه $\{(-1,1), (1,-2)\}$ کدام است؟

۴. $\begin{bmatrix} -3 & -2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 1 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} -1 & -2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$

۱. $\begin{bmatrix} -1 & 1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$

۱۷- می دانیم هسته هر تبدیل خطی از جمله $T: M_{2 \times 2} \rightarrow \mathbb{R}$ که در آن $T \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = a + d$ یک زیر فضاست،

$\dim \ker T$ کدام است؟

۴. ۱

۳. ۴

۲. ۲

۱. ۳

۱۸- ماتریس تبدیل خطی $T(x, y) = (2x, x + y)$ روی \mathbb{R}^2 نسبت به پایه مرتب استاندارد کدام است؟

۴. $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

۳. $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۲. $\begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{bmatrix}$

۱۹- اگر A, B ماتریس های متشابه باشند، کدام گزینه درست نیست؟

۲. $A^{-1} = B^{-1}$

۱. $|A| = |B|$

۴. $rank(A) = rank(B)$

۳. $tr(A) = tr(B)$

تعداد سوالات: تستی: ۲۰، تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۶۰، تشریحی: ۷۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: جبر خطی، مبانی ماتریس ها و جبر خطی

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) - ۱۱۱۱۰۴۰، ریاضیات و کاربردها، ریاضی محض (هندسه)، کاربردها، علوم کامپیوتر، ریاضی محض (جبر)، ریاضی محض (آنالیز) - ۱۱۱۱۳۲۰

۲۰- در فضای برداری $M_{2 \times 2}$ با ضرب داخلی $\langle A, B \rangle = \text{tr}(B^t A)$ که B^t همان ترانزپوزیته B است، کدامیک از

ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ به ماتریس $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$ نزدیک تر است؟

۲. A

۱. B

۳. فاصله ها مساویند.

۴. نمی توان اظهار نظر نمود.

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- چه رابطه ای بین a, b, c برقرار باشد تا دستگاه $\begin{cases} 2x + y = a \\ x - y + 3z = b \\ 2y - 4z = c \end{cases}$ جواب داشته باشد؟

۱.۴۰ نمره

۲- می دانیم \mathbb{R} با جمع و ضرب عددی یک فضای برداری روی اعداد گویا \mathbb{Q} است. ثابت کنید در این فضا $\{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{5}, \sqrt{7}, \sqrt{11}, \dots\}$ مستقل خطی است.

۱.۴۰ نمره

۳- نشان دهید اگر A و B متشابه باشند ترانزپوزیته آنها نیز متشابه اند.

۱.۴۰ نمره

۴- فرعملگر خطی $T(x, y) = (3x + y, x + 3y)$ روی \mathbb{R}^2 را در نظر بگیرید. یک نمایش ماتریسی قطری برای T پیدا کنید. برای این نمایش، پایه را تعیین کنید.

۱.۴۰ نمره

۵- اگر V فضای برداری چند جمله ای های با ضرایب حقیقی از درجه کوچکتر یا مساوی ۲ با ضرب داخلی $\langle f, g \rangle = \int_1^2 f(t)g(t)dt$ باشد، با استفاده از فرآیند متعامدسازی گرام اشمیت، پایه $\{1, t, t^2\}$ را به یک پایه متعامد بیکه ای تبدیل کنید.