

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۴۵ تشریحی : ۴۵

سری سوال : یک ۱

عنوان درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار۰۴۹۱۱۱۷

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

^{-۱} برای ماتریس کوواریانس نمونه ای (S_n) داریم

$$E(S_n) = \frac{n-1}{n} \Sigma \quad .۲$$

$$E(S_n) = \frac{n}{n-1} \Sigma \quad .۱$$

$$E(S_n) = \frac{n}{n-p} \Sigma \quad .۴$$

$$E(S_n) = \frac{n-p}{n-1} \Sigma \quad .۳$$

^{-۲} هرگاه مولفه های بردار X همگی دارای واریانس برابر و همبستگی مشترک معادل ρ باشند، ماتریس Σ به صورت است.

$$\Sigma = \sigma^2((1-\rho)\mathbf{I}_p + \rho\mathbf{L}\mathbf{L}') \quad .۲$$

.۱ یک ماتریس قطری است.

$$\rho\mathbf{I}_p \quad .۴$$

.۳ بردار تصادفی می شود.

^{-۳} هر ماتریس همبستگی p ، است.

.۲ یک ماتریس معین نا منفی است.

.۱ می تواند متقارن باشد .

.۴ از توزیع نرمال چند متغیره بدست می آید.

.۳ دارای مقادیر ویژه مثبت است

^{-۴} X_1 و X_2 مولفه های بردار تصادفی X باشند و فرض کنید $Y_1 = \frac{1}{2}X_1 + \frac{1}{2}X_2$ و $Y_2 = \frac{1}{2}X_1 - \frac{1}{2}X_2$ آنگاه قدرمطلق

ژاکوبی تبدیل برابر است با:

$$-۱ \quad .۳$$

$$\frac{1}{3} \quad .۲$$

$$\frac{1}{2} \quad .۱$$

$$۰ \quad .۴$$

^{-۵} اگر $X \sim N_p(\mu, I_p)$ و A یک ماتریس متعامد باشد، AX دارای ویژگی است؟

.۲ AX هم توزیع X است

.۱ AX مستقل است

.۴ AX دارای بردار میانگین μ است.

.۳ AX دارای ماتریس کوواریانس I است

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ : تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۴۵ : تشریحی : ۴۵

سری سوال : ۱ : یک

عنوان درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار ۱۱۱۷۰۴۹

اگر $X \sim N_p(\mu, \Sigma)$ آنگاه تابع مولد گشتاور آن عبارت است از:

$$e^{t'\mu + \frac{1}{2}t'\Sigma t} \quad .1$$

$$e^{t'\mu + \frac{1}{2}t'\Sigma t'} \quad .2$$

$$e^{\mu + \frac{1}{2}t'\Sigma t} \quad .3$$

$$e^{t'\mu + t'\Sigma t} \quad .4$$

فرض کنید $(X_1, X_2)' \sim N_2\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 5 \end{pmatrix}\right)$ در این صورت $\text{Var}(X_1 X_2)$ کدام است؟

۳۸ .۴

۲۹ .۳

۳۳ .۲

۴۲ .۱

مقدار امید ریاضی $\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i X_i'$ برابر است با:

$$\Sigma + \mu\mu' \quad .4$$

$$\Sigma + \frac{1}{n}\mu\mu' \quad .3$$

$$\Sigma - \frac{1}{n}\mu\mu' \quad .2$$

$$\Sigma - \mu\mu' \quad .1$$

فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_p یک نمونه ی تصادفی از توزیعی با بردار میانگین صفر و ماتریس کوواریانس Σ باشد آنگاه کدام عبارت صحیح نمی باشد؟

$$S \sim W_{n-1}(\Sigma) \quad .2$$

$$\bar{X} \sim N_p(\mu, \Sigma) \quad .1$$

$$(n-1)S \sim \chi_{n-1}^2(\Sigma) \quad .4$$

$$S \text{ و } \bar{X} \text{ مستقل اند} \quad .3$$

اگر $X \sim N_p(\mu, \sigma^2 I_p)$ آنگاه $\frac{1}{\sigma^2}(X'X)$ دارای توزیع است.

۱. χ^2 با p درجه آزادی است.

۲. χ^2 نامرکزی با p درجه آزادی است.

۳. χ^2 نامرکزی با p درجه آزادی و پارامتر نامرکزی $(\mu'\mu)$ است.

۴. ویشارت با p درجه آزادی است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۴۵ تشریحی : ۴۵

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار۰۴۹۱۱۱۷

۱۱- فرض کنید $(X_1, X_2) \sim N_2\left(\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 4 & 1 \\ 1 & 16 \end{pmatrix}\right)$ ، در این صورت $E(X_1 | X_2 = 4)$ کدام است؟

۱. $\frac{9}{8}$ ۲. $\frac{8}{9}$ ۳. $\frac{7}{8}$ ۴. $\frac{8}{7}$

۱۲- در یک بررسی ماتریس کوواریانس نمونه ای عبارت است از $S = \begin{bmatrix} 7.82 & 7.93 \\ 7.93 & 9.38 \end{bmatrix}$ اگر واریانس های جامعه برابر فرض شوند.

بر آورد درستنمایی ماکسیمم برای P کدام گزینه است؟

۱. 0.918 ۲. 0.714 ۳. 0.922 ۴. 0.516

۱۳- ماتریس همبستگی نمونه ای بین سه متغیر هوش x_1 ، وزن x_2 و سن x_3 برای دانش آموزان پس ۱۰ ساله بصورت زیر است

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 0.62 & 0.83 \\ & 1 & 0.73 \\ & & 1 \end{pmatrix}$$

ضریب همبستگی جزئی بین هوش و وزن به شرط سن ($r_{12.3}$) کدام است؟

۱. 0.55 ۲. 0.21 ۳. 0.62 ۴. 0.3

۱۴- اگر در یک ماتریس همبستگی $\rho_{12} = b$ و $\rho_{13} = \rho_{23} = a$ باشد کدام گزینه صحیح نیست؟

۱. $-1 < \frac{b-a^2}{1-a^2} < 1$

۲. $-1 < b < 1, -1 < a < 1$

۳. $-1 < \frac{a}{\sqrt{1-a^2}} \times \frac{1-b}{\sqrt{1-b^2}} < 1$

۴. $-\sqrt{b} < a < \sqrt{b}$

۱۵- اندازه وابستگی دو مجموعه از متغیرهای تصادفی نامیده می شود.

۱. همبستگی جزئی ۲. همبستگی چندگانه ۳. همبستگی متعارف ۴. همبستگی چند متغیره

۱۶- فرض کنید ماتریس داده های مربوط به یک نمونه تصادفی به اندازه $n=3$ از جامعه نرمال دو متغیره برابر با

$$S = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ -3 & 9 \end{bmatrix}$$

مقدار آماره هتلینگ برای آزمودن $H_0: \mu_0 = (9 \ 5)$ برابر H_1 است با:

۱. $\frac{8}{9}$ ۲. $\frac{9}{8}$ ۳. $\frac{9}{7}$ ۴. $\frac{7}{9}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۰ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۴۵ تشریحی : ۴۵

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : روشهای چندمتغیره پیوسته

رشته تحصیلی/کد درس : آمار۰۴۹۱۱۱۷

۱۷- برای هشت مشاهده ی سه بعدی در خانواده ی نرمال سه بعدی با ماتریس کوواریانس نامعلوم، آماره ی آزمون بردار میانگین چه توزیعی دارد؟

۱. $F_{3,5}$ ۲. $F_{3,4}$ ۳. χ^2_3 ۴. $t(7)$

۱۸- در آزمون $\sum = I$ مقدار H_0 مقدار آماره آزمون به چه کمیت هایی بستگی دارد؟

۱. دترمینان S ۲. اثر S ۳. دترمینان و اثر S ۴. وارو S

۱۹- اگر واحد اندازه گیری متغیرها متفاوت باشند مولفه های اصلی را بهتر است با استفاده از بدست آورد.

۱. ماتریس کوواریانس ۲. ماتریس همبستگی
۳. ماتریس کوواریانس یا ماتریس همبستگی ۴. ماتریس فاصله بین مشاهدات

۲۰- تخصیص یک فرد به یکی از چندین جامعه با چه روشی صورت می پذیرد؟

۱. تحلیل عاملی ۲. تحلیل مولفه های اصلی ۳. تحلیل خوشه بندی ۴. تحلیل ممیزی

سوالات تشریحی

۱.۴۰ نمره

۱- فرض کنید $X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \end{pmatrix} \sim N_4 \left(\begin{pmatrix} 5 \\ 6 \\ 7 \\ 8 \end{pmatrix}, \begin{bmatrix} 2 & & & \\ 0 & 3 & & \\ 1 & 0 & 4 & \\ 0 & 0 & 0 & 9 \end{bmatrix} \right)$ توزیع X به شرط x_3 را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۲- فرض کنید X_1, X_2, \dots, X_n یک نمونه ی تصادفی از توزیعی با بردار میانگین μ و ماتریس کوواریانس Σ باشد بر آورد درستنمایی ماکسیمم μ را بدست آورید.

۱.۴۰ نمره

۳- برای $p=3$ ثابت کنید $\rho_{12.3} = \frac{\rho_{12} - \rho_{13}\rho_{23}}{\sqrt{(1-\rho_{13}^2)(1-\rho_{23}^2)}}$

۱.۴۰ نمره

۴- ناحیه ی بحرانی در آزمون فرض $H_0: \mu = \mu_0$ با Σ معلوم را به دست آورید.

۱.۴۰ نمره

۵- روش های مولفه های اصلی و تحلیل عاملی را به طور خلاصه توضیح داده و ارتباط آنها را بیان نمایید.