

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۸۰ تشریحی : ۴۵

سری سوال : یک ۱

عنوان درس : آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

استفاده از ماشین حساب ساده مجاز است

۱- فرض کنید دو متغیر مستقل X, Y با توابع چگالی $f_X(x)$ و $f_Y(y)$ باشند توزیع $Z = XY$ کدام است؟

$$g_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t) \cdot f_Y(t-z) dt \quad .۲$$

$$g_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t) \cdot f_Y\left(\frac{z}{t}\right) \frac{dt}{|t|} \quad .۱$$

$$g_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(zt) \cdot f_Y(t) t dt \quad .۴$$

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_X(t) \cdot f_Y\left(\frac{z}{t}\right) dt \quad .۳$$

۲- نمونه گیری از توزیع نمایی را با $F(x) = (1 - e^{-\theta x})$, $x > 0$ در نظر بگیرید توزیع حدی $\frac{Y_n - a_n}{b_n}$ را بیابید؟

$$\exp(-e^{-y}) \quad .۴$$

$$\exp(e^{-y}) \quad .۳$$

$$\exp(-e^{-y}) \quad .۲$$

$$\exp(e^{-y}) \quad .۱$$

۳- اگر متغیر تصادفی X دارای توزیع t با k درجه آزادی باشد، آنگاه X^2 دارای کدام توزیع است؟

۱. توزیع F استودنت

۲. توزیع کی دو

۳. توزیع F

۴. توزیع گاما

۴- در توزیع F اگر X دارای F با m و n درجه آزادی باشد آنگاه متغیر $W \sim \frac{mX/n}{1+mX/n}$ دارای کدام توزیع است؟

۱. توزیع F استودنت

۲. توزیع گاما

۳. توزیع کی دو

۴. توزیع بتا

۵- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی n تایی از توزیع $\theta \in [a, b]$ $N(\theta, 1)$ برآورد ماکزیمم درست‌نمایی پارامتر

θ کدام است؟

$$\hat{\theta} = \begin{cases} a & ; & \bar{x} < a \\ \bar{x} & ; & a \leq \bar{x} \leq b \\ b & ; & \bar{x} > b \end{cases} \quad .۲$$

$$\hat{\theta} = \bar{X} \quad .۱$$

$$\hat{\theta} = \bar{X} + a \quad .۴$$

$$\hat{\theta} = \begin{cases} b & ; & \bar{x} < a \\ \bar{x} & ; & a \leq \bar{x} \leq b \\ a & ; & \bar{x} \geq b \end{cases} \quad .۳$$

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۸۰ تشریحی : ۴۵

سری سوال : یک

عنوان درس : آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۱۱- اگر $S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2$ یک برآوردگر نااریب برای σ^2 باشد آنگاه آماره S یک برآوردگر نااریب برای σ است.

۱. نااریب برای σ است. ۲. نااریب برای σ نیست. ۳. اریب برای σ^2 است. ۴. نااریب برای σ است.

۱۲- اگر X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی باشد تابع توزیع $Y = \min[X_1, \dots, X_n]$ کدام است

۱. $\prod_{i=1}^n [F_X(y)]^n$ ۲. $1 - \prod_{i=1}^n [1 - F_X(y)]$ ۳. $\prod_{i=1}^n [1 - F_X(y)]^n$ ۴. $\prod_{i=1}^n [1 - F_X(y)]$

۱۳- اگر X, Y مستقل باشند آنگاه :

۱. $E[XY] = Var[X]Var[Y]$

۲. $E[XY] = \mu_X \mu_Y$

۳. $Var(xy) = \mu_y^2 Var[X] - \mu_x^2 Var[Y] + Var[X]Var[Y]$

۴. $Var(xy) = \mu_x^2 Var[X] - \mu_y^2 Var[Y] + Var[X]Var[Y]$

۱۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n متغیرهای تصادفی مستقل دارای توزیع پواسن هستند و پارامتر مربوط به توزیع X_i برابر λ_i می

باشد توزیع $\sum X_i$ کدام یک از گزینه های زیر است؟

۱. $PO\left(\frac{n}{\lambda}\right)$ ۲. $PO\left(\frac{n}{\lambda}\right)$ ۳. $PO(\sum \lambda_i)$ ۴. $PO(\lambda_i)$

۱۵- فرض کنید X یک مشاهده از توزیع $0 \leq \theta \leq 1$ $f(x, \theta) = \left(\frac{\theta}{2}\right)^{|x|} (1-\theta)^{1-|x|}$ $x = -1, 0, 1$ باشد آنگاه :

۱. X یک اماره بسنده کامل است. ۲. |X| یک اماره بسنده کامل نیست.

۳. X یک اماره بسنده کامل نیست. ۴. |X| یک اماره بسنده کامل است.

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۸۰ تشریحی : ۴۵

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷)

۱۶- فرض کنید X_1, \dots, X_n متغیر تصادفی مستقل وهم توزیع با $N(\mu, \sigma^2)$ باشند گشتاورهای مرتبه اول را در جدول زیر میانگین به ترتیب کدامند؟

۱. σ و μ ۲. σ^2 و μ ۳. σ و σ^2 ۴. μ و σ^2

۱۷- اگر Z_1, Z_2, \dots, Z_n نمونه تصادفی از توزیع نرمال استاندارد باشد آنگاه کدامیک از موارد زیر نادرست است؟

۱. \bar{Z} دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\frac{\sigma^2}{n}$

۲. $\sum (Z_i - \bar{Z})^2$ دارای توزیع کی دو با $n-1$ درجه آزادی

۳. \bar{Z} دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس $\frac{1}{n}$

۴. \bar{Z} و $(Z_i - \bar{Z})^2$ مستقل اند

۱۸- اگر X دارای توزیع t با k درجه آزادی باشد آنگاه متغیر $\frac{1}{1 + \frac{X^2}{k}}$ دارای کدام توزیع است؟

۱. توزیع F ۲. توزیع t ی استودنت ۳. توزیع گاما ۴. توزیع بتا

۱۹- اگر Z دارای توزیع نرمال استاندارد و U دارای توزیع کی دوبا k درجه آزادی باشد واگر Z و U مستقل باشند، آنگاه $\frac{Z}{\sqrt{U/k}}$ کدام توزیع است؟

۱. توزیع کی دوبا k درجه آزادی ۲. توزیع t ی استودنت با $k-1$ درجه آزادی
۳. توزیع کی دوبا $k-1$ درجه آزادی ۴. توزیع t ی استودنت با k درجه آزادی

۲۰- فرض کنید نمونه تصادفی X_1, \dots, X_n دارای تابع چگالی $f(x|\theta) = \theta x^{\theta-1}$, $0 < x < 1, \theta > 0$ باشند در اینصورت برآوردگر درستنمایی ماکزیمم θ کدام است؟

۱. $Ln \sum \frac{x_i}{n}$ ۲. $X_{(1)}$ ۳. $X_{(n)}$ ۴. $\frac{-n}{Ln \prod_{i=1}^n x_i}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۸۰ تشریحی : ۴۵

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس : ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷

۲۱- فرض کنید $X_1, \dots, X_n \sim f(x|\mu) = e^{-(x-\mu)}, -\infty < \mu < x < \infty$ باشند آماره بسندم کدام است؟

۱. $\sum \ln x_i$ ۲. $X_{(n)}$ ۳. $X_{(1)}$ ۴. $\sum (X_i - \bar{X})$

۲۲- فرض کنید X_1, \dots, X_n بطوریکه $f(x|\theta) = \theta x^{-2}, 0 < \theta < x < \infty$ ، $MLE(\theta)$ (برآورد ماکزیمم درست نمایی) کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $X_{(1)}$ ۳. $\sum X_i$ ۴. $X_{(n)}$

۲۳- فرض کنید X_1, \dots, X_n یک نمونه تصادفی از چگالی $f(x, \theta) = \frac{1}{\theta} I_{(\cdot, \theta)}(x)$ باشد برآوردگر گشتاوری برای پارامتر θ کدام است؟

۱. \bar{X} ۲. $X_{(n)}$ ۳. $X_{(1)}$ ۴. $2\bar{X}$

۲۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n مستقل و هم توزیع باشند و داشته باشیم $E_{\theta}(X_i) = \theta + b, b \neq 0, \text{var}_{\theta}(X_i) = \sigma^2 < \theta$ ، معلوم است. آنگاه براساس نمونه:

۱. \bar{X} برای θ سازگار است. ۲. X برای θ سازگار است.
۳. \bar{X} برای θ سازگار نیست. ۴. X برای θ سازگار نیست.

۲۵- فرض کنید ظرفی شامل θ مهره است که از ۱ تا θ شماره گذاری شده است برآورد گشتاوری پارامتر θ براساس نمونه تصادفی کدام است؟

۱. $3\bar{X}$ ۲. \bar{X} ۳. $2\bar{X} - 1$ ۴. $\frac{2\bar{X} - 1}{\bar{X}}$

سوالات تشریحی

۱- فرض کنید Z دارای توزیع نرمال استاندارد و U دارای توزیع کی دو با درجه آزادی k باشد. به شرط آنکه Z و U ۱.۴۰ نمره

مستقل باشند. توزیع $X = \frac{Z}{\sqrt{\frac{U}{k}}}$ را به دست آورید.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۸۰ تشریحی: ۴۵

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آمار ریاضی (برآورد یابی)، آمار ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی) (۱۱۱۷۰۲۲ - آمار، آمار ریاضی (۱۱۱۷۰۳۲ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۵۷)

۲- قانون ضعیف اعداد بزرگ را بیان و اثبات کنید.

۱.۴۰ نمره

۳- فرض کنید یک نمونه تصادفی از توزیع کشی با تابع چگالی احتمال به صورت زیر:

۱.۴۰ نمره

$$f(x) = \frac{1}{\pi[1+(x-\theta)^2]}$$

در اختیار است. مطلوب است:

الف) آماره بسنده مینیمال برای پارامتر این توزیع

ب) توزیع میانگین نمونه

ج) تابع مولد گشتاور توزیع

۴- فرض کنید X_1, \dots, X_n نمونه ای تصادفی از توزیع یکنواخت بر بازه $(-\theta, \theta)$ باشد برآوردگر درست‌نمایی

۱.۴۰ نمره

ماکزیمم پارامتر رابیباید.

۵- فرض کنید نمونه ای تصادفی از توزیع $f(x, \theta) = \frac{2x}{\theta^2} I_{(\cdot, \theta)}(x)$ باشد برآوردگر UMVUE برای θ رابیباید.

۱.۴۰ نمره