

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۷۵ تشریحی : ۶۰

سری سوال : یک ۱

عنوان درس : رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس : آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

استفاده از ماشین حساب مهندسی مجاز است

۱- مینیمم مقدار $Y = E(X - \alpha)^2$ به ازاء چه مقداری از a اتفاق می افتد؟

۱. ۰
۲. $E(X)$
۳. $E(X)^2$
۴. ۱

۲- کدامیک از گزینه های زیر نادرست است؟

۱. متغیرهای تصادفی X و Y مستقلند اگر و تنها اگر $F_{X,Y}(x,y) = F_X(x) \cdot F_Y(y)$
 ۲. متغیرهای تصادفی X و Y مستقلند اگر و تنها اگر $f_{X,Y}(x,y) = f_X(x) \cdot f_Y(y)$
 ۳. متغیرهای تصادفی X و Y مستقلند اگر و تنها اگر $M_{X,Y}(t_1, t_2) = M_X(t_1) \cdot M_Y(t_2)$
 ۴. متغیرهای تصادفی X و Y مستقلند اگر و تنها اگر $\rho(X, Y) = 0$

۳- برای یک نمونه تصادفی 10^3 تایی از (X, Y) مقدار ضریب همبستگی نمونه ای $r = 0/5$ بدست آمده است. مقدار آماره آزمون Z را برای فرضیه زیر محاسبه کنید.

$$\begin{cases} H_0: \rho = 0/6 \\ H_1: \rho \neq 0/6 \end{cases}$$

۱. $-1/4$
۲. $0/69$
۳. $-1/28$
۴. $-0/69$

۴- فرض کنید $X \sim N(0, 1)$ و $Y = |X|$ باشد. در این صورت ضریب همبستگی X و Y را بدست آورید.

۱. ۱
۲. ۰
۳. $0/5$
۴. $0/25$

۵- تابع چگالی توام X و Y بصورت زیر می باشد. بهترین پیش بینی Y به ازاء $x = \frac{1}{3}$ کدام گزینه است؟

$$\begin{cases} x + y & 0 < x < 1, 0 < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

۱. $\frac{5}{6}$
۲. $\frac{3}{6}$
۳. $\frac{3}{5}$
۴. $\frac{5}{3}$

۶- اگر $\rho = \frac{1}{2}$ ، $\sigma_y^2 = 4$ ، $\sigma_x^2 = 1$ ، $\mu_y = 2$ ، $\mu_x = 1$ باشد، برای مدل خطی $Y = a + bx$ بهترین پیش بینی Y را به

ازاء $x = 3$ بدست آورید.

۱. ۳
۲. $\frac{1}{4}$
۳. $\frac{3}{4}$
۴. ۴

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

^{-۷} برای داده های زیر می خواهیم خط رگرسیون $Y = a + bx$ را برازش دهیم. برآورد Y را به ازاء $X=50$ بدست آورید.

$$S_{xy} = 378/75 \quad S_x^2 = 656/25 \quad S_y^2 = 220/47$$

x	۰	۱۵	۳۰	۴۵	۶۰	۷۵
y	۷	۱۲	۲۳	۳۱	۴۲	۴۸

۳۵/۵ .۴

۴۰/۲۴ .۳

۳۱/۴۵ .۲

۳۴/۳۸ .۱

^{-۸} در یک نمونه ۱۰ تایی شامل زوج های (X,Y) مقادیر زیر بدست آمده است. در برازش خط رگرسیون $Y_i = a + bx_i + E_i$ مقدار b را برآورد کنید.

$$S_{xy} = 30 \quad S_x^2 = 40 \quad S_y^2 = 100$$

$\frac{3}{4}$.۴

$\frac{4}{3}$.۳

$\frac{4}{10}$.۲

$\frac{3}{10}$.۱

^{-۹} در سوال قبل (۸) مقدار برآورد σ^2 (واریانس خطا) کدام گزینه است؟

۶۰ .۴

۸۷/۵ .۳

۹۶/۸۷ .۲

۷۵ .۱

^{-۱۰} در مدل خطی $Y_i = a + bx_i + E_i$ که در آن $E_i \sim iid N(0, \sigma^2)$ (iid: مستقل و هم توزیع) می باشند، مقدار

$cov(\hat{b}, Y_i - \hat{Y}_i)$ کدام گزینه است؟

۰ .۴

$\frac{\sigma^2}{n} (1 + \frac{\bar{x}^2}{S_x^2})$.۳

$\frac{\sigma^2}{nS_x^2}$.۲

σ^2 .۱

^{-۱۱} بر اساس یک نمونه ۵ تایی نتایج زیر بدست آمده است. کران پایین یک فاصله اطمینان ۹۵٪ برای b در مدل

$Y_i = a + bx_i + E_i$ کدام گزینه است؟

$$S_{xy} = -18/02 \quad S_x^2 = 346 \quad \hat{\sigma}^2 = 0/8482 \quad t_{0/95,(4)} = 2/13 \quad t_{0/95,(3)} = 2/353$$

۰/۱۰۴۲ .۴

-۰/۰۰۸۶ .۳

-۰/۱۰۴۲ .۲

۰/۰۰۸۶ .۱

^{-۱۲} مقدار $\sum_{i=1}^n x_i \hat{E}_i$ در مدل رگرسیونی $Y_i = a + bx_i + E_i$ کدام گزینه است؟

$\hat{\sigma}^2$.۴

۰ .۳

nS_y^2 .۲

$nS_y^2 - n\hat{b}^2 S_x^2$.۱

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

۱۳- بر اساس یک نمونه ۱۰ تایی نتایج زیر بدست آمده است. مقدار آماره F در جدول تحلیل واریانس برای مدل

$$E_i \sim iid N(0, \sigma^2) \text{ که در آن } Y_i = a + bx_i + E_i$$

می باشند، کدام گزینه است؟

$$S_{xy} = 30 \quad S_x^2 = 60 \quad S_y^2 = 100$$

۱. ۰/۱۷۶ ۲. ۱/۵۸۸ ۳. ۱/۴۱ ۴. ۰/۸۵

۱۴- فرض کنید $\tilde{y} = (y_1, \dots, y_n)$ ، $\tilde{x} = (x_1, \dots, x_n)$ دو بردار n بعدی باشد، همبستگی بین بردارهای X و Y برابر است با:

۱. $\frac{x \cdot y}{\|x\| \|y\|}$ ۲. $\frac{\|x\| \|y\|}{x \cdot y}$ ۳. $\frac{x \cdot y}{\|x\|}$ ۴. $\frac{\|x\| \|y\|}{\|y\|^2}$

۱۵- مدل خطی $Y_{n \times k} = X_{n \times k} a_{k \times 1} + E_{n \times 1}$ که در آن $E(E_i) = 0$ ، $\Sigma_y = \sigma^2 I_{n \times n}$ را در نظر بگیرید. برآورد ناریب σ^2 کدام گزینه است؟

۱. $\frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n}$ ۲. $\frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-1}$ ۳. $\frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-2}$ ۴. $\frac{\|Y - X\hat{a}\|^2}{n-k}$

۱۶- تصویر بردار $\tilde{x} = (1, 2, 3, 4)$ بر روی بردار $\tilde{y} = (1, 1, 1, 1)$ کدام گزینه است؟

۱. $(\frac{1}{4}, \frac{2}{4}, \frac{3}{4}, \frac{4}{4})$ ۲. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2})$ ۳. $(\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4})$ ۴. $(\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2}, \frac{5}{2})$

۱۷- اگر $A_{3 \times 3}$ یک ماتریس خودتوان و وارون پذیر باشد و $\tilde{x}' = (1, 2, 3)$ آنگاه مقدار $\|A\tilde{x}\|$ کدام گزینه است؟

۱. ۱۴ ۲. ۱ ۳. ۳/۷۴ ۴. قابل محاسبه نمی باشد

۱۸- کدامیک از ماتریس های زیر همیشه مثبت است؟

۱. $\begin{bmatrix} 1 & 3 & 5 \\ 4 & 1 & 1 \\ 0 & 5 & -1 \end{bmatrix}$ ۲. $\begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ -1 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ ۳. $\begin{bmatrix} 5 & 0 & 1 \\ 0 & -2 & 1 \\ -4 & 1 & -1 \end{bmatrix}$ ۴. $\begin{bmatrix} 2 & 7 & 3 \\ 0 & -1 & 4 \\ 5 & 3 & 6 \end{bmatrix}$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۵

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۶۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس: آمار، آمار ریاضی ۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۷۱۶۳

بردار $Y_{\sim} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ که در آن $E(Y_{\sim}) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\Sigma_Y = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ می باشد را در نظر بگیرید. میانگین کدام گزینه است؟
کدام $Z = (3 \ 2) \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

بردار $Y_{\sim} = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$ که در آن $E(Y_{\sim}) = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $\Sigma_Y = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 4 \end{bmatrix}$ می باشد را در نظر بگیرید. میانگین کدام گزینه است؟
کدام $Z = (3 \ 2) \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix}$

۵ .۱ ۳۰ .۲ ۱۴ .۳ ۱۱ .۴

۲۰- در سوال ۱۹ واریانس Z چقدر است؟

۵۵ .۱ ۴۳ .۲ ۱۳ .۳ ۵۲ .۴

۲۱- در مدل خطی $Y_i = a + bx_i + E_i$ مقدار $\text{cov}(\hat{a}, \hat{b})$ کدام گزینه است؟

۱. $\frac{n\sigma_x^2}{S_x^2}$ ۲. $-\frac{\sigma^2}{n\bar{x}^2}$ ۳. ۰ ۴. $-\frac{\bar{x}\sigma^2}{nS_x^2}$

۲۲- اگر ضریب همبستگی متغیرهای X و Y برابر با ۰/۸ باشد، چند درصد از تغییرات Y توسط X بیان می شود؟

۸۰ .۱ درصد ۶۴ .۲ درصد ۲۰ .۳ درصد ۳۶ .۴ درصد

۲۳- در مدل خطی زیر کدام یک از گزینه ها برآوردیاب ناریب برای $5a_1 - a_2$ می باشد؟

$$\begin{cases} Y_1 = a_1 - a_2 + E_1 \\ Y_2 = 2a_1 + a_2 + E_2 \\ Y_3 = -a_1 + E_3 \end{cases}$$

۱. $2Y_2 + Y_1$ ۲. $4Y_1 - Y_3$ ۳. $Y_1 - 4Y_3$ ۴. $Y_1 + Y_2 - 4Y_3$

۲۴- در مدل رگرسیون چندگانه به صورت $Y_{n \times 1} = X_{n \times k} a_{k \times 1} + E_{n \times 1}$ مقدار SSR (مجموع مربعات رگرسیون) کدام گزینه است؟

۱. $\|Y\|^2 - \|\hat{\mu}\|^2$ ۲. $\|Y\|^2 - \|\hat{\mu}\|^2$ ۳. $\|\hat{\mu}\|^2 - \|\hat{\mu}\|^2$ ۴. $\|\hat{\mu}\|^2 - \|\hat{\mu}\|^2$

۲۵- در مدل خطی $Y_i = a + E_i$ بهترین برآوردکننده a کدام است؟

۱. ۰ ۲. \bar{y} ۳. \bar{x} ۴. $\bar{x}\bar{y}$

تعداد سوالات : تستی : ۲۵ تشریحی : ۵

زمان آزمون (دقیقه) : تستی : ۷۵ تشریحی : ۶۰

سری سوال : ۱ یک

عنوان درس : رگرسیون، رگرسیون ۱

رشته تحصیلی/کد درس : آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۷۰۳۶ - آمار و کاربردها، ریاضیات و کاربردها ۱۱۱۷۱۶۳

سوالات تشریحی

۱- با استفاده از داده های زیر، با فرض $(Y | x_1, x_2 = a_1 x_1 + a_2 x_2 + E), E_i \sim N(0, \sigma^2)$ پارامترهای a_1 و a_2 را برآورد کنید.

x_{i1}	۱	۲	۲	۱	۳	۲	۱	۲	۳
x_{i2}	۲	۳	۱	۳	۳	۲	۱	۳	۲
Y	۱	۳	۱	۳	۳	۲	۱	۲	۳

۲- فرض کنید X و Y دارای تابع چگالی توأم زیر باشند. مقدار $\text{var}(Y | X = x)$ را بدست آورید.

$$f(x, y) = \begin{cases} 2 & 0 < x < y < 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

۳- برای مدل خطی $Y_i = a + bx_i + E_i, E_i \sim N(0, \sigma^2)$ نشان دهید: $\sum_{i=1}^n \hat{Y}_i \hat{E}_i = 0$

۴- بر اساس یک نمونه ۵ تایی می خواهیم مدل رگرسیون $Y_i = a + bx_i + E_i, E_i \sim N(0, \sigma^2)$ را برازش دهیم. نتایج بصورت زیر بدست آمده است. ابتدا جدول تحلیل واریانس را کامل کرده و سپس یک برآورد نارایب برای σ^2 بدست آورید. $S_x^2 = 346, S_y^2 = 1/447, \hat{a} = 9/1919, \hat{b} = -0/05208$

۵- در یک مدل رگرسیون همخطی را تعریف کرده و اثر آن را در برآورد پارامترهای مدل بیان کنید.