



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲ - آنالیز عددی

رشته تحصیلی / کد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۰۷۵ علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴ - ریاضیات کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۴۱۴

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱. برای ماتریس مربعی  $A_{n \times n}$  کدام گزینه صحیح است؟

الف.  $tr(A^3) = \sum_{i=1}^n \lambda_i^3$

ب.  $tr(\lambda A) = \lambda^n tr(A)$

د.  $tr(I_n) = 1$

ج.  $tr(A) = tr(A^{-1})$

۲. کدام گزاره صحیح است؟

الف. وارون یک ماتریس بالا مثلثی، یک ماتریس پایین مثلثی است

ب. حاصل ضرب یک ماتریس بالا مثلثی در یک ماتریس پایین مثلثی یک ماتریس هم قطری است

ج. وارون یک ماتریس متعامد، متعامد است

د. دترمینان یک ماتریس مثلثی، حاصل جمع درایه‌های قطری آن است

۳. رتبه  $A = \begin{bmatrix} 5 & 9 & 13 & 17 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 5 & 7 & 9 \\ 4 & 7 & 10 & 13 \end{bmatrix}$  کدام است؟

د. ۴

ج. ۳

ب. ۲

الف. ۱

۴. اگر  $A$  و  $B$  دو ماتریس هم مرتبه و وارون پذیر باشند کدامیک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

ب.  $(AB)^{-1} = A^{-1}B^{-1}$

الف.  $(A+B)^{-1} = A^{-1} + B^{-1}$

د.  $(AB)^{-1} = (AB)^T$

ج.  $(AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$

۵. کدامیک بردار ویژه  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \end{bmatrix}$  متناظر مقدار ویژه  $\lambda = 2$  است؟

د.  $(2, 3)$

ج.  $(1, \frac{1}{2})$

ب.  $(2, 2)$

الف.  $(1, 1)$

۶. با فرض  $X^T = (5, 2, -1)$ ،  $\|X\|_3$  کدام است؟

د. ۱۳۲

ج.  $\sqrt[3]{132}$

ب. ۱۳۴

الف.  $\sqrt[3]{134}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲ - آنالیز عددی

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۷۵ علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴ - ریاضیات کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۴۱۴

مجاز است.

ماشین حساب

استفاده از:

۷. با فرض  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & -5 \\ 2 & -4 & 6 \end{bmatrix}$  ،  $\|A\|_{\infty}$  کدام است؟

د. ۱۲

ج. ۱۱

ب. ۴

الف. ۲

۸. اگر  $A$  یک ماتریس همگرا باشد کدام گزینه در مورد  $A$  صحیح است؟

د.  $\|A\| = 0$

ج.  $\|A\| = \pm 1$

ب.  $\rho(A) < 1$

الف.  $\rho(A) = 1$

۹. کدام گزینه صحیح است؟

الف. اگر  $A$  یک ماتریس نامنفرد باشد، اکیداً قطری غالب است

ب. اگر  $A$  یک ماتریس نامنفرد باشد، معین مثبت است

ج. اگر  $A$  یک ماتریس معین مثبت باشد، نامنفرد است

د. اگر  $A$  یک ماتریس متعامد باشد، اکیداً قطری غالب است

۱۰. اگر روش حذفی گوس با محورگیری کامل را روی

$$\begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 3 & 1 & 5 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & -9 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$$

اعمال کنیم، پس از جابجایی‌های لازم داریم:

ب.  $\begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -9 & 1 & -9 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

الف.  $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & -9 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

د.  $\begin{bmatrix} 4 & 3 & -2 & 1 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & -9 & 1 & -9 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$

ج.  $\begin{bmatrix} 4 & 1 & -2 & 3 \\ 0 & -9 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & -1 & 2 \\ 0 & 2 & -1 & 3 \\ 0 & 5 & 1 & 3 \\ 0 & 2 & 3 & 2 \end{bmatrix}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲ - آنالیز عددی

رشته تحصیلی / کُد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۷۵ علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴ - ریاضیات کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۴۱۴

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۱. در تجزیه کروت  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 1 & 5 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{bmatrix}$  به صورت  $L, Lu$  کدام است؟

الف.  $\begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$  ب.  $\begin{bmatrix} 2 & 4 & -6 \\ 0 & 3 & 6 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$  ج.  $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \frac{1}{2} & 1 & 0 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{3} & 1 \end{bmatrix}$  د.  $\begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

۱۲. با فرض  $A = L + D + U$  (L پایین مثلثی اکید، D قطری اکید، U بالا مثلثی اکید) در چه صورت روش ژاکوبی برای حل  $Ax = b$  به ازاء هر انتخاب دلخواه اولیه  $x^{(0)}$  همگراست؟

الف.  $\|D(L+U)^{-1}\| < 1$  ب.  $\rho((L+D^{-1})U) < 1$   
ج.  $\|(L+D)U^{-1}\| < 1$  د.  $\rho(D^{-1}(L+U)) < 1$

۱۳. مقادیر ویژه  $A^{-1}$ ، با فرض  $A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 6 & 4 \\ 0 & 0 & -5 \end{bmatrix}$  کدام است؟

الف.  $\frac{1}{2}, \frac{1}{6}, \frac{-1}{5}$  ب.  $2, 6, -5$  ج.  $5, -2, -6$  د.  $\frac{1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{2}$

۱۴. اگر مقادیر ویژه A برابر ۱، ۲، -۱ باشد مقادیر ویژه  $B = A^3 - 2A$  کدام است؟

الف.  $3, -1, 4$  ب.  $-1, -1, 4$  ج.  $1, -1, 4$  د.  $-3, 1, 4$

۱۵. جمله ثابت معادله مشخصه ماتریس  $A_{4 \times 4}$  برابر است با:

الف.  $tr(A)$  ب.  $\pm \det(A)$  ج.  $\pm tr(A)$  د.  $\det(A)$

۱۶. با فرض  $A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 6 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{bmatrix}$  داریم:

الف.  $tr(A^3) = 218, \det(A^3) = 216$  ب.  $tr(A^3) = 216, \det(A^3) = 218$   
ج.  $tr(A^3) = 8, \det(A^3) = 6$  د.  $tr(A^3) = 6, \det(A^3) = 8$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲- آنالیز عددی

رشته تحصیلی/ کد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۰۷۵ علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴- ریاضیات کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۴۱۴

استفاده از: ماشین حساب مجاز است.

۱۷. کدام گزینه از دایره‌های گرشگورین ماتریس 
$$\begin{bmatrix} ۴ & ۱ & ۲ \\ ۰ & ۲ & ۱ \\ -۲ & ۰ & ۹ \end{bmatrix}$$
 می‌باشد؟

الف.  $\{\lambda \in \mathbb{C}; |\lambda - ۴| \leq ۲\}$  ب.  $\{\lambda \in \mathbb{C}; |\lambda - ۲| \leq ۳\}$

ج.  $\{\lambda \in \mathbb{C}; |\lambda - ۹| \leq ۱۱\}$  د.  $\{\lambda \in \mathbb{C}; |\lambda - ۱| \leq ۵\}$

۱۸. با فرض اینکه  $A$  وارون پذیر است. کدام گزینه صحیح است؟

الف. با روش توانی معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A^{-1}$  قابل محاسبه است

ب. با روش توانی معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A^{-1}$  از لحاظ قدر مطلق قابل محاسبه است

ج. با روش توانی معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A$  از لحاظ قدر مطلق قابل محاسبه است

د. با روش توانی معکوس کوچکترین مقدار ویژه  $A$  قابل محاسبه است

۱۹. اگر شعاع طیفی ماتریس  $A^T A$  برابر ۳۶ باشد  $\|A\|_p$  کدام است؟

الف. ۶ ب. ۴ ج. ۳۶ د. ۱

۲۰.  $A \cup \{(1,1,1), (3,5,1)\}$  یک مجموعه مستقل خطی است.  $A$  می‌تواند کدام بردار باشد؟

الف.  $(-۲, -۴, ۰)$

ب.  $(۵, ۷, ۳)$

ج.  $\{(۰, ۰, ۰)\}$

د.  $\{(1, ۲, ۲)\}$



تعداد سوالات: تستی: ۲۰ تشریحی: ۵

نام درس: آنالیز عددی ۲- آنالیز عددی

رشته تحصیلی/ کُد درس: ریاضی کاربردی و محض ۱۱۱۱۰۷۵ علوم کامپیوتر ۱۱۱۹۰۰۴- ریاضیات کاربردها علوم کامپیوتر ۸۹ به بعد ۱۱۱۴۱۴

مجاز است.

استفاده از:

سئوالات تشریحی

بارم هر سؤال ۲ نمره می باشد.

۱. ثابت کنید که اگر  $x_t$  جواب واقعی و  $x_e$  جواب محاسبه شده دستگاه  $Ax = b$  و  $C(A)$  عدد شرطی ماتریس  $A$  باشد آنگاه:

$$r = Ax_t - Ax_e \text{ توضیح: } \frac{\|r\|}{C(A)\|b\|} \leq \frac{\|x_t - x_e\|}{\|x_t\|} \leq \frac{C(A)\|r\|}{\|b\|}$$

۲. دستگاه معادلات  $\begin{cases} 10x_1 - 2x_2 - x_3 = 3 \\ -x_1 + 5x_2 - x_3 = 6 \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$  را به روش ژاکوبی و گوس-سایدل با فرض  $x^{(0)} = (0, 0, 0)$  حل کنید.  $x^{(2)}$  را به دست آورید

۳. معادله دیفرانسیل زیر را با شرایط اولیه و مرزی داده شده با استفاده از روش تفاضلات متناهی با خطای برشی  $O(h^2)$  حل کنید.

$$y'' + 4y' + xy = e^x$$

$$\begin{cases} y(0) = 0 \\ y(1) = 0 \\ 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

۴. دستگاه معادلات دیفرانسیل زیر را حل کنید.

$$\frac{du(t)}{dt} = 2u(t) + 6v(t)$$

$$\frac{dv(t)}{dt} = -2u(t) - 5v(t)$$

۵. با استفاده از تجزیه چولسکی ماتریس  $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & 4 \\ 1 & 4 & 9 \end{bmatrix}$  جواب دستگاه  $Ax = b$  که  $b = \begin{bmatrix} 4 \\ 11 \\ 14 \end{bmatrix}$  را بیابید.