

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۵۰

سری سوال: یک ۱

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۲۸۶

۱- کدام یک از گزینه های زیر نا درست است؟

۱. قضیه دکیند معادل اصل کمال است.
۲. خاصیت ارشمیدسی اعداد یکی از نتایج اصل کمال است.
۳. مجموعه اعداد حقیقی شمارش پذیر نیست.
۴. بین هر دو عدد حقیقی، حداکثر یک عدد اصم وجود دارد.

۲- فرض کنید  $A$  زیرمجموعه ی غیر تهی و کران دار از اعداد حقیقی باشد. در این صورت کدام یک از گزینه های زیر درست است؟

$$Inf(-2A) = -2SupA \quad .۲$$

$$Sup(5A) = \frac{1}{5} InfA \quad .۱$$

$$Sup(-5A) = \frac{1}{5} InfA \quad .۴$$

$$Inf(2A) = 2SupA \quad .۳$$

۳- کدام گزینه درست است؟

۱. هر زیر مجموعه از اعداد حقیقی سوپریمم دارد.
۲. هر میدان ارشمیدسی، کامل است.
۳. اگر  $P$  عدد اول باشد  $\sqrt{P}$  گویا نیست.
۴. مجموعه  $Q_n = \left\{ \frac{m}{n} : m \in N \right\}, n \in N$  ناشماراست.

۴- اگر  $P$  عددی اول باشد آنگاه:

۱.  $\sqrt{P}$  گویاست.
۲.  $\sqrt{P}$  گویا نیست.
۳.  $\sqrt{P}$  صحیح است.
۴. در مورد  $\sqrt{P}$  نمی توان حکم کلی صادر کرد.

۵- فرض کنید  $M$  یک فضای متریک و  $E \subseteq M$  باشد. کدام گزینه درست است؟

$$E^\circ = \overline{E^\circ} \quad .۱ \quad \overline{E} = E^\circ \quad .۲ \quad E^\circ = \overline{E} \quad .۳ \quad (E^\circ)^c = \overline{(E^c)} \quad .۴$$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۰۲۸۶

۶- اگر دنباله ای از اعداد حقیقی باشد که از پایین کران دار نباشد، آنگاه کدام گزینه درست است؟

۱.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \liminf_{k \rightarrow \infty} a_{n \geq k}$  .۱

۲.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\infty$  .۲

۳.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$  .۳

۴.  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0$  .۴

۷- کدامیک از سریهای زیر همگراست؟

۱.  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+1)}$  .۱

۲.  $\sum_{n=2}^{\infty} (-1)^n$  .۲

۳.  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^2}{n+1}$  .۳

۴.  $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}$  .۴

۸- مجموعه حد بالا و حد پایین دنباله  $\left\{ \sin \frac{n\pi}{2} \right\}$  کدام است؟

۱. 0

۲. 1

۳. -1

۴. 2

۹- چنانچه  $(M, d)$  فضای متریک باشد کدام گزینه درست است؟

۱. هر زیر مجموعه متناهی از  $M$  بسته است.

۲. هر زیر مجموعه از  $M$  هم باز و هم بسته است.

۳. هر زیر مجموعه از  $M$  دارای یک نقطه انباشتگی است.

۴. هر خانواده از اعضای  $M$  دارای خاصیت اشتراک متناهی است.

۱۰- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر توابع  $f, g$  بر  $A \subseteq R$  پیوسته یکنواخت باشند، آنگاه  $fg$  نیز بر  $A$  پیوسته یکنواخت است.

۲. اگر  $f'$  بر  $[a, b]$  موجود باشد، آنگاه  $f'$  بر  $[a, b]$  ناپیوستگی ساده ندارد.

۳. قاعده هویتال برای توابع برداری نیز برقرار است.

۴. قضیه مقدار میانگین برای توابع برداری نیز برقرار است.

۱۱- حاصل  $\sum_{n=4}^{\infty} \frac{2}{(n-2)!}$  کدام است؟

۱.  $2e+2$

۲.  $2e-2$

۳.  $2e+4$

۴.  $2e-4$

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۴۸۶

۱۲- کدام یک از سری های زیر همگراست؟

$$\begin{aligned} & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{3}}}{n!} \quad .1 \\ & \sum_{n=0}^{\infty} n! 2^n \quad .2 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^{\sqrt{3}}}{n^{\sqrt{2}+1}} \quad .4 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{1+x^n} \quad .3 \quad |x| < 1 \end{aligned}$$

۱۳- کدام یک از سری های زیر واگراست؟

$$\begin{aligned} & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n(\log n)^2} \quad .1 \\ & \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2 n}{n^2} \quad .2 \\ & \sum_{n=2}^{\infty} \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - \frac{1}{n} \right) \quad .4 \\ & \sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n} \quad .3 \end{aligned}$$

۱۴- اگر  $\{a_n\}$  دنباله ای با ضابطه  $a_n = a + ab + a^2b + a^2b^2 + \dots + a^n b^{n-1} + a^n b^n + \dots$  باشد، آنگاه  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  کدام است؟

$$\begin{aligned} & ab \quad .1 \\ & \frac{1}{ab} \quad .2 \\ & \sqrt{ab} \quad .3 \\ & \frac{1}{\sqrt{ab}} \quad .4 \end{aligned}$$

۱۵- کدام گزینه نادرست است؟

$$\begin{aligned} & \bigcap_{n \in \mathbb{N}} \left[ \frac{-1}{n}, \frac{1}{n} \right] = \{0\} \quad .1 \\ & \bigcup_{n \in \mathbb{N}} \left[ \frac{-1}{n}, \frac{1}{n} \right] = [-1, 1] \quad .2 \\ & \bigcap_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n}, 1 \right] = \{1\} \quad .3 \\ & \bigcup_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{1}{n}, 1 \right] = [0, 1] \quad .4 \end{aligned}$$

۱۶- اگر  $A = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \dots\}$  آنگاه:

$$\begin{aligned} & A' = A \quad .1 \\ & A' = \emptyset \quad .2 \\ & A' = \{0\} \quad .3 \\ & A' = R \quad .4 \end{aligned}$$

۱۷- کدام گزینه درست است؟

۱. اگر  $f$  بر مجموعه فشرده پیوسته باشد آنگاه  $f$  کراندار نیز هست.

۲. اگر  $f$  پیوسته باشد سوپریم و اینفیمم دارد.

۳. اگر  $f$  یک بیک و پیوسته باشد آنگاه  $f^{-1}$  نیز پیوسته است.

۴. اگر  $f$  کراندار باشد،  $f$  پیوسته نیز است.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی محض (ریاضی کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۱۰۴۸۶

۱۸- کدام یک از مجموعه های زیر هیچ جا چگال نیست؟

۱.  $N$       ۲.  $Z$       ۳.  $\phi$       ۴.  $Q$

۱۹- تابع  $f(x) = \begin{cases} 2x & , x \in Q \\ 3-x & , x \notin Q \end{cases}$  در کدام یک از نقاط زیر حد دارد؟

۱. تنها در  $x=1$       ۲. تنها در  $x=0$   
۳. تنها در  $x=0$  و  $x=1$       ۴. در هیچ نقطه ای حد ندارد.

۲۰- فرض کنید  $A \subseteq R$  مجموعه ای نافشرده باشد. در این صورت کدام یک از گزینه های زیر لزوما درست نیست؟

۱. تابعی پیوسته بر  $A$  وجود دارد که کران دار نیست.  
۲. تابعی پیوسته و کران دار بر  $A$  وجود دارد که ماکسیمم ندارد.  
۳. هر تابع پیوسته بر  $A$  پیوسته یکنواخت است.  
۴. اگر  $A$  کران دار باشد، تابعی پیوسته بر  $A$  وجود دارد که پیوسته یکنواخت نیست.

۲۱- اگر تابع  $f$  بر  $(a, b)$  صعودی باشد و  $x_0 \in (a, b)$  آنگاه:

۱.  $Sup f(t) = f(x_0+)$       ۲.  $Inf f(t) = f(x_0+)$       ۳.  $Inf f(t) = f(x_0-)$       ۴.  $f(x_0+) \leq f(x_0-)$

۲۲- تابع  $f(x) = \begin{cases} \cos x & , x \in Q \\ \sin x & , x \notin Q \end{cases}$  در کدام یک از نقاط زیر پیوسته است؟

۱.  $\frac{5\pi}{4}$       ۲.  $\frac{3\pi}{2}$       ۳.  $\frac{7\pi}{4}$       ۴.  $\frac{11\pi}{4}$

۲۳- اگر  $f(x) = \begin{cases} (x-1)^2 & , x \in Q \\ -(x-1)^2 & , x \notin Q \end{cases}$  آنگاه مقدار  $f'(1)$  کدام است؟

۱. ۱      ۲. ۲      ۳. ۰      ۴. وجود ندارد.

تعداد سوالات: تستی: ۲۵ تشریحی: ۴

زمان آزمون (دقیقه): تستی: ۷۵ تشریحی: ۵۰

سری سوال: ۱ یک

عنوان درس: آنالیز ریاضی ۱، آنالیز ریاضی ۱

رشته تحصیلی/کد درس: ریاضی محض (آنالیز)، ریاضی محض (هندسه)، ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)، ریاضی (محض)، ریاضی (کاربردی)، ریاضی کاربردی (آنالیز عددی)، ریاضی محض (جبر) ۱۱۱۰۳۸ - آمار، آمار ریاضی ۱۱۱۰۸۷ - آموزش ریاضی ۱۱۱۰۲۸۶

-۲۴ حاصل  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \frac{x^2}{2} - \cos x}{x^4}$  کدام است؟

۱.  $-\frac{1}{24}$       ۲.  $\frac{1}{24}$       ۳.  $-\frac{1}{12}$       ۴.  $\frac{1}{12}$

-۲۵ حاصل  $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 + 3x)^{\frac{1}{x}}$  کدام است؟

۱. ۰      ۲. ۱      ۳.  $e$       ۴.  $\frac{1}{e}$

### سوالات تشریحی

- ۱- ثابت کنید که هر دنباله ی کران دار از اعداد حقیقی ، دارای زیر دنباله ای همگراست. ۱.۷۵ نمره
- ۲- آزمون نسبت یا دالامبر را برای سری ها بیان و ثابت کنید. ۱.۷۵ نمره
- ۳- ثابت کنید اگر  $E \subseteq R$  یک بازه باشد آنگاه  $E$  همبند است. ۱.۷۵ نمره
- ۴- فرض کنید  $(X, d_X)$  و  $(Y, d_Y)$  دو فضای متریک باشند و  $f$  تابعی از  $X$  به  $Y$  باشد. ثابت کنید اگر  $K \subseteq X$  فشردده و  $f$  بر  $K$  پیوسته باشد آنگاه  $f$  بر  $K$  پیوسته یکنواخت است. ۱.۷۵ نمره